

Вычисление однопетлевых поправок к лагранжиану КХД для постоянного хромоманнитного конденсата

В. В. Владимирский, Д. В. Перегудов

Аннотация

В теории калибровочного поля Янга-Милса с $SU(2)$ и $SU(3)$ симметрией определен эффективный лагранжиан, возникающий вследствие изменения спектра глюонов и кварков в постоянном магнитном поле с постоянными потенциалами.

1 Введение

Для описания вакуумного состояния глюонного поля было предложено много моделей (см. [1]–[22], [35]–[38]), однако, как нам кажется, недостаточно внимания было уделено самой простой возможности: модели постоянного во времени и пространстве квазиклассического поля. Речь идет о не зависящем от координат и времени решении уравнений Янга-Милса (ЯМ) с постоянной правой частью, примером которого может служить поле

$$V_\mu^a(x) = V\delta_\mu^a, \quad (1)$$

где V — постоянная размерности массы, $\mu = 0, \dots, 3$, $a = 1, \dots, 8$. Такое решение известно в литературе как конденсат неабелевой конфигурации [12], [20]–[22]. Оно удовлетворяет классическому уравнению ЯМ с внешним током $J_\mu^a = 2g^2V\delta_\mu^a$. В теории со спонтанным нарушением устойчивости тривиального вакуума такой конденсат может возникнуть в результате влияния квантовых поправок к лагранжиану ЯМ при $J_\mu^a = 0$. В данной статье условия возникновения конденсата не рассматриваются, она посвящена только определению однопетлевого эффективного лагранжиана при заданном поле. Вычисления проведены в калибровке фонового поля. В связи с тем, что для $SU(2)$ теории в литературе имеются несовпадающие результаты расчетов, а для более реалистического $SU(3)$ случая эффективный лагранжиан не вычислялся, здесь приведены расчеты двумя различными методами: с вычислением детерминантов и с определением шпура матричного логарифма (результаты совпали). При вычислении $L_{\text{eff}}^{(1)}$ мы игнорируем тахионную часть спектра глюонов, считая, что квантовые поправки определяются логарифмически расходящимся вкладом от ультрафиолетовой части спектра [19] и не чувствительны к области малых импульсов.

2 Исходный лагранжиан

Лагранжиан калибровочного поля $L = L_{YM} + L_{GF} + L_{FP} + J_\mu^a V_\mu^a + L_q$ включает обычный лагранжиан Янга-Милса

$$L_{YM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a, \quad (2)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu V_\nu^a - \partial_\nu V_\mu^a + g c^{abc} V_\mu^b V_\nu^c, \quad (3)$$

член, фиксирующий калибровку L_{GF} , лагранжиан духов Фаддеева и Попова L_{FP} , член, ответственный за связь с внешними токами J_μ^a , и лагранжиан кварков. Мы будем искать решения, близкие к постоянному классическому полю $V_\mu^a \rightarrow V_\mu^a + v_\mu^a$. Для лагранжиана квантовых флуктуаций v_μ^a выбираем калибровку фонового поля

$$L_{GF} = -\frac{1}{2} (\partial_\mu v_\mu^a + g c^{abc} V_\mu^b v_\mu^c)^2 = -\frac{1}{2} (\nabla_\mu^{ac} v_\mu^c)^2. \quad (4)$$

Здесь V_μ^b постоянно. С помощью векторного оператора $\nabla_\mu^{ac} = \partial_\mu \delta^{ac} + g c^{abc} V_\mu^b$ удобно записать линеаризованные уравнения движения для малых отклонений v_ν^c от постоянного поля V_ν^c

$$-M_{\mu\nu}^{ad} v_\nu^d = (\delta_{\mu\nu} \nabla_\lambda^{ac} \nabla_\lambda^{ad} + 2g c^{abd} F_{\mu\nu}^b) v_\nu^d = -j_\mu^a, \quad (5)$$

где j_μ^a — малые внешние токи, $F_{\mu\nu}^b = g c^{bcd} V_\mu^c V_\nu^d$.

Формула (5) справедлива для любого фонового поля и, в частности, верна в случае произвольных постоянных полей, вызванных постоянными токами. Матрица $M_{\mu\nu}^{ad} = M_{\nu\mu}^{da}$ содержит два члена: $\delta_{\mu\nu} \nabla_\lambda^{ac} \nabla_\lambda^{ad}$ симметричен при перестановках $\mu\nu \rightarrow \nu\mu$ или $ad \rightarrow da$, $2g c^{abd} F_{\mu\nu}^b$ антисимметричен при таких перестановках. В связи с этим спектр матрицы $M_{\mu\nu}^{ad}$ зависит не только от инварианта $F^2 = F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a$, но и от $V_\mu^a V_\mu^a$. Оказывается, однако, что в конечный ответ входит только F^2 .

Трансляционная инвариантность линеаризованных уравнений (5) дает возможность исследовать квантовые флуктуации в форме суммы плоских волн $\exp(-ip_\mu x_\mu) = \exp(-i\omega x_0 + i\mathbf{k}\mathbf{x})$. Собственные значения импульса $p_\mu \equiv (\omega, \mathbf{k})$ определяются матрицей $M_{\mu\nu}^{ad}$, причем сумма квадратов всех собственных значений $\sum_s p_\mu^{(s)} p_\mu^{(s)}$ определяются следом матрицы $M_{\mu\nu}^{ad}$, или, точнее, следом первого члена $\delta_{\mu\nu} \nabla_\lambda^{ac} \nabla_\lambda^{cd}$, так как второй член диагональных элементов не содержит.

3 Вычисление однопетлевых поправок к лагранжиану ЯМ

В калибровке постоянного фонового поля вклад от временной компоненты флуктуаций компенсирует половину вклада духов. Вычисление $L^{(1)}$ производится по формуле:

$$L^{(1)} = \pm \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \ln \frac{\text{Det } M}{\text{Det } M^{(0)}}, \quad (6)$$

причем знак минус нужно брать для пространственных компонент и знак плюс для времениподобных (смешанные элементы матрицы отсутствуют). Матрица $M \equiv M_{\mu\nu}^{ad}$ соответствует линеаризованному уравнению движения $Mv = -j$ и имеет структуру $M = -\nabla^2 - 2gF$, а матрица $M^{(0)}$ просто $M^{(0)} = -\partial_\mu^2$.

3.1

В $SU(2)$ теории M имеет размерность 12×12 и может быть частично диагонализována. Временной блок 3×3 диагонализуется полностью, если выбрать за базис амплитуды с проекцией изоспина на направление импульса $0, \pm 1$. Пространственный блок 9×9 упрощается, если взять за базис амплитуды с проекциями комбинированного спина $\mathbf{s} + \mathbf{j}$ (\mathbf{j} — обычный спин, \mathbf{s} — изоспин), равными ± 2 (два синглета), ± 1 (два дублета) и 0 (триплет). Рассматриваем конденсат с постоянным полем

$$V_\mu^a = V \delta_\mu^a, \quad (7)$$

где V — постоянная, который иначе можно записать так: $V_1^1 = V_2^2 = V_3^3 = V$, остальные компоненты равны нулю.

Вычисления проводятся в евклидовой метрике: квадрат 4-импульса равен $p^2 = k^2 + \omega^2$, k — пространственный импульс, ω — частота. При интегрировании по углам степенных рядов от переменных p, k используют равенства $\langle k^2 p^{-2} \rangle = 3/4$, $\langle k^4 p^{-4} \rangle = 5/8$, $\langle \omega^2 p^{-2} \rangle = 1/4$, $\langle \omega^4 p^{-4} \rangle = 1/8$. Интегрирование по радиальной компоненте импульса проводится с заменой $d^4 p = \pi^2 p^2 dp^2$. Логарифм детерминанта матрицы M можно заменить суммой логарифмов детерминантов отдельных блоков, которые являются полиномами от p^2 и k . Вычисления упрощаются, если объединить блоки с равными по модулю и противоположными по знаку проекциями спина. В этом случае остаются только четные степени k и при разложении в ряд нужно учитывать меньшее число членов. Детерминанты являются произведениями собственных чисел λ_i , причем для вычисления $L^{(1)}$ достаточно знать только произведения $\prod_i \lambda_i$, а характеристические уравнения решать не нужно. Технику вычисления продемонстрируем на произведении блоков с проекцией комбинированного спина ± 1 .

$$\text{Det}(\pm) = \begin{vmatrix} p^2 + 2 \pm 2k & -2 \\ -2 & p^2 + 2 \end{vmatrix}.$$

Здесь импульс безразмерен согласно $p^2 \rightarrow p^2/g^2 V^2$. Произведение детерминантов $p^8 + 8p^6 - 4k^2 p^4 + 16\omega^2 p^2 - 16k^2$ после деления на p^8 от матрицы $M^{(0)}$ приводит к

$$\ln(1 + (8 - 4k^2 p^{-2})p^{-2} + 16\omega^2 p^{-6} - 16k^2 p^{-8}).$$

Разлагая логарифм в степенной ряд по p^{-2} , получаем

$$(8 - 4k^2 p^{-2})p^{-2} + 16(\omega^2 p^{-2})p^{-4} - \frac{1}{2}(64 - 64k^2 p^{-2} + 16k^4 p^{-4})p^{-4} + \dots$$

Первый член приводит к квадратичной расходимости, которая отбрасывается. Сохраняем только члены порядка p^{-4} , дающие логарифмическую расходимость. После интегрирования по углам четырехмерной сферы и учитывая общий знак, имеем численный фактор перед логарифмом

$$\gamma = -[4 - \frac{1}{2}(64 - 48 + 10)] = +9.$$

Аналогично вычисляются вклады остальных блоков. Приведем общую таблицу чис-

ленных факторов всех блоков для $SU(2)$ теории.

m	n	γ	Det
± 2	2	5	$p^4 - 4k^2$
± 1	4	9	$p^8 + 8p^6 - 4k^2p^4 + 16\omega^2p^2 - 16k^2$
0	3	7	$p^6 + 10p^4 - 4k^2p^2 + 24p^2 - 8k^2$
± 1	2	3	$p^4 + 4\omega^2 + 4$
0	1	-2	$p^2 + 2$
	12	22	

Здесь m — проекция комбинированного спина, n — число амплитуд в блоке, γ — численный фактор, Det — характеристический многочлен. В первых трех строчках приведены пространственноподобные амплитуды, в следующих двух — времениподобные, в последней строке — сумма.

Суммируя численные факторы всех блоков и восстанавливая обезразмеривающие факторы, получаем для $SU(2)$

$$L^{(1)} = -\frac{11g^4V^4}{16\pi^2} \ln \frac{V^2}{\mu^2} = -\frac{11g^2H^2}{48\pi^2} \ln \frac{H}{\mu^2}, \quad (8)$$

где μ — точка нормировки, $H^2 = \frac{1}{2}F^2$ — квадрат постоянного хромагнитного поля. Этот результат вдвое меньше величины, полученной в работе [22] и совпадает с результатом Саввиди и др. [1, 2, 3], полученным для постоянного поля абелевого типа.

3.2

Переходя к вычислениям в $SU(3)$ теории, сначала рассмотрим обычный вариант конденсата (7), обозначенный далее N_s . Он соответствует отображению группы вращения на $SU(2)$ подгруппу группы цвета, образованную генераторами T_1, T_2, T_3 . В пределах подгруппы все особенности спектра глюонов и вклады отдельных блоков в эффективный лагранжиан в точности повторяют картину $SU(2)$ теории. Находящиеся вне подгруппы 5 генераторов $SU(3)$ образуют копространство из 20 амплитуд. Матрицу 20×20 можно разбить на блоки, пользуясь значениями комбинированного спина

$$\mathbf{S} = \mathbf{j} + \mathbf{s} \quad (9)$$

и его проекции на направление импульса m . Амплитуды, образованные синглетным по изоспину генератором T_8 , с конденсатом не взаимодействуют и вклада в $L^{(1)}$ не дают. Генераторы T_4, T_5, T_6, T_7 обладают изоспином $1/2$, они дают 2×4 амплитуд с $S = 3/2$ и 2×2 амплитуд с $S = 1/2$ в пространственных компонентах и 2×2 с $S = 1/2$ во временных. Проекция комбинированного спина на направление импульса

$$m = (\mathbf{S}\mathbf{k})/|\mathbf{k}| \quad (10)$$

сохраняется всеми членами матрицы M , а квадрат $(\mathbf{S})^2 = S(S+1)$ сохраняется всеми членами, кроме члена $V_\mu \partial_\mu$. Чтобы установить связь матрицы $M_{\mu\nu}^{ad}$ с квантовыми числами S, m выпишем ее более подробно

$$M_{\mu\nu}^{ad} = \delta_{\mu\nu}(\partial_\lambda \partial_\lambda \delta^{ad} + 2V \partial_i c^{aid} + V^2 c^{aic} c^{cid}) + 2V^2 c^{abd} c^{b\mu\nu}. \quad (11)$$

В последнем члене, пропорциональном $F_{\mu\nu}^b$, фактор $c^{b\mu\nu}$ обращается в ноль, если один из индексов μ, ν равен нулю. Члены, содержащие V^3 , легко выразить через спиновые переменные

$$c^{aic}c^{cid} = s(s+1), \quad (12)$$

$$2c^{abd}c^{bij} = -2(\mathbf{j}\mathbf{s}) = j(j+1) + s(s+1) - S(S+1). \quad (13)$$

Оператор $2V\partial_i c^{aid}$ пропорционален проекции изоспина на направление, связанное с импульсом, и комбинированный спин не сохраняется: сохраняется только проекция на импульс. В связи с этим при использовании в качестве базиса амплитуд, с определенными квантовыми числами S, m необходимо вводить подпространство амплитуд с различными значениями S , совместимыми с заданным значением m , и переходить к спиральным амплитудам с определенными значениями проекций \mathbf{j} и \mathbf{s} на ось квантования, пользуясь обычными правилами сложения моментов. Применение этой техники к амплитудам, порожденным генераторами T_4, \dots, T_7 , приводит к следующим результатам.

Блок $m = \pm 3/2$, характеристический полином блока $\text{Det} = p^2 \pm k - 1/4$, вклад $\gamma = 3/4$. Амплитуды с $S = 3/2$ неустойчивы даже при $k = 0$, что приводит к существованию тахионов при $k^2 < V^2$.

Блок пространственных амплитуд $m = \pm 1/2$,

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} p^2 \pm k/3 - 1/4 & \mp 2\sqrt{2}k/3 \\ \mp 2\sqrt{2}k/3 & p^2 \mp k/3 - 11/4 \end{vmatrix} = p^4 + \frac{5}{2}p^2 - k^2 \pm k - 11/16,$$

вклад $\gamma = 9/2$.

Блок времениподобных амплитуд $m = \pm 1/2$, $\text{Det} = p^2 \pm k + 3/4$, $\gamma = 1/4$.

При суммировании результат нужно удвоить, так как каждый блок входит два раза: $\sum \gamma = 11$. Суммарный вклад от генераторов T_4, T_5, T_6, T_7 составляет половину вклада генераторов T_1, T_2, T_3 , входящих в подгруппу. В итоге в $SU(3)$ теории получаем

$$L^{(1)} = -\frac{33}{32\pi^2}g^4V^4 \ln \frac{V^2}{\mu^2} = -\frac{11g^2H^2}{32\pi^2} \ln \frac{H}{\mu^2} \quad (14)$$

для варианта N_s .

3.3

Другой вариант $SU(3)$ конденсата N_w соответствует отображению группы вращений на $SU(2)$ подгруппу, образованную тремя генераторами $SU(3)$, для которых структурная константа равна $\pm 1/2$, например T_2, T_7, T_5 . В этом случае остальные генераторы T_1, T_3, T_4, T_6, T_8 образуют квинтет с формальным изоспином 2. Такое разбиение восьми генераторов $SU(3)$ $8 = 3 + 5$ используется для описания квадрупольных деформаций ядер. Для присвоения триплету генераторов подгруппы изоспина 1, а остальным генераторам изоспина 2, нужно удвоить обычную нормировку генераторов. За ось квантования в групповом пространстве принимаем направление T_2 и формируем операторы с определенными значениями изоспина и его проекции $T_{s\mu}$: $T_{11} = (-\lambda_7 + i\lambda_5)/\sqrt{2}$, $T_{10} = \lambda_2$, $T_{1-1} = (\lambda_7 + i\lambda_5)/\sqrt{2}$, $T_{22} = (-\lambda_3 - i\lambda_1)/\sqrt{2}$, $T_{21} = (\lambda_4 + i\lambda_6)/\sqrt{2}$, $T_{20} = +\lambda_8$, $T_{2-1} = (-\lambda_4 + i\lambda_6)/\sqrt{2}$, $T_{2-2} = (-\lambda_3 + i\lambda_1)/\sqrt{2}$.

В правых частях здесь использованы обычные обозначения матриц Гелл-Манна, но подразумеваются матрицы присоединенного представления с такими же перестановочными соотношениями. Эти операторы удовлетворяют стандартным соотношениям коммутации

$$[T_{1\nu}, T_{s\mu}] = \sqrt{s(s+1)} C_{s\mu 1\nu}^{s\mu+\nu} T_{s\mu+\nu}. \quad (15)$$

Введение базиса $T_{s\mu}$ и использование комбинированного спина (9) существенно облегчает диагонализацию матрицы $M_{\mu\nu}^{ad}$.

Классификация 12 амплитуд с $s = 1$ совпадает с приведенной в разделе 3.1 классификацией амплитуд $SU(2)$ теории. Двадцать амплитуд с $s = 2$ разбиваются на следующие блоки: пространственноподобный сектор $m = \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ с размерностями $2 \times 2, 4 \times 4, 6 \times 6, 3 \times 3$, времениподобный сектор $m = \pm 2, \pm 1, 0$ с размерностями $2 \times 2, 2 \times 2, 1 \times 1$. Оператор $2V\delta_{\mu\nu}\partial_i c^{ajd}$ (см. (11)) диагонален в базисе амплитуд с определенным значением μ проекции изоспина \mathbf{s} на направление импульса \mathbf{k} ($\mu = (\mathbf{ks})/|k|$) и имеет значение $kV\mu$. Операторы, квадратичные относительно V , диагональны при определенном значении комбинированного спина S и не зависят от его проекции m . В связи с изменением нормировки генераторов вместо формул (12), (13) нужно для N_w конденсата использовать

$$c^{aic}c^{cid} = \frac{1}{4}s(s+1), \quad (16)$$

$$2c^{abc}c^{bij} = \frac{1}{4}(j(j+1) + s(s+1) - S(S+1)). \quad (17)$$

Вклад 12 амплитуд с $s = 1$, входящих в $SU(2)$ подгруппу, составляет для N_w одну шестнадцатую от величины, полученной в $SU(2)$ теории: $\sum \gamma = 11/8$. Результаты для 20 амплитуд с $s = 2$ приведены в следующей таблице.

j	m	n	γ	Det
1	± 3	2	9/4	$p^2 + 1/2 \pm 2k$
1	± 2	4	-15/16	$p^4 + \frac{5}{2}p^2 + 2k^2 + 1 \pm k(3p^2 + 7/2)$
1	± 1	6	21/16	$p^6 + \frac{11}{2}p^4 + 2p^2k^2 + \frac{17}{2}p^2 + 3k^2 + 3 \pm k(3p^4 + 10p^2 + 27/4)$
1	0	3	63/16	$p^6 + \frac{11}{2}p^4 - p^2k^2 + \frac{17}{2}p^2 - \frac{3}{2}k^2 + 3$
0	± 2	2	7/4	$p^2 + 3/2 \pm 2k$
0	± 1	2	-5/16	$p^2 + 3/2 \pm k$
0	0	1	-9/8	$p^2 + 3/2$
			20	55/8

В этой таблице формулы детерминантов содержат безразмерные импульсы $p \rightarrow p/gV$, $k \rightarrow k/gV$. Суммируя вклады блоков $s = 1$ ($SU(2)$ подгруппа) и $s = 2$, получаем $\sum \gamma = 33/4$,

$$L^{(1)} = -\frac{33}{128\pi^2}g^4V^4 \ln \frac{V^2}{\mu^2} = -\frac{11}{32\pi^2}g^2H^2 \ln \frac{H}{\mu^2}$$

Вклады подгруппы относятся к вкладам остальных амплитуд как 2:1 в случае N_s и как 1:5 в случае N_w , несмотря на такое различие формулы для $L^{(1)}(H)$ совпадают для N_s и N_w .

4 Вклад кварков в однопетлевую поправку к лагранжиану

Кварки, взаимодействующие с конденсатом, рассматриваются как фермионы в фундаментальном представлении группы цвета. Величина $L_q^{(1)}$ определяется интегралом по импульсам от логарифма детерминанта

$$L_q^{(1)} = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \ln \det \frac{M_q}{M_q^{(0)}} \quad (18)$$

где M_q — матрица уравнений Дирака с полем, $M_q^{(0)}$ — без поля. В $SU(2)$ теории матрицы M_q имеют размер 8×8 , в $SU(3)$ теории — 12×12

$$M_q = i\gamma_\mu \nabla_\mu^{\alpha\beta} - m\delta^{\alpha\beta}, \quad (19)$$

$$i\nabla_\mu^{\alpha\beta} = p_\mu \delta^{\alpha\beta} - W_\mu^{\alpha\beta}, \quad (20)$$

$$W_\mu^{\alpha\beta} = gv_\mu^b \lambda_b / 2, \quad (21)$$

α, β — индексы цвета в фундаментальном представлении, a, b — в присоединенном, λ_b — матрица Гелл-Манна (в $SU(2)$ теории просто матрицы изоспина $\tau_b^{\alpha\beta}$).

При вычислении детерминантов удобно перейти к уравнению второго порядка по импульсам путем умножения на проекционный оператор, выделяющий решения $p_0 > 0$. Поскольку логарифмически расходящаяся часть интеграла (18) определяется большими импульсами, массой m можно пренебречь.

При поле $V_0^b = 0$, $V_i^b = V\delta_i^b$ квадрат матрицы M_q равен

$$M_q^2 = p^2 - \gamma_i \gamma_j (p_i W_j + p_j W_i - W_i W_j). \quad (22)$$

Сначала проведем вычисления для $SU(2)$ теории. Подставляя $\gamma_i \gamma_j = -(\delta_{ij} + i\varepsilon_{ijk} \sigma_k)$, $\tau_i \tau_j = \delta_{ij} + i\varepsilon_{ijk} \tau_k$, и $2\sigma_k \tau_k = 4(S(S+1) - 3/2)$, получаем

$$M_q^2 = p^2 + V p_i \tau_i - \frac{1}{4} V^2 (9 - 4S(S+1)) \quad (23)$$

Здесь $p^2 = p_\mu p_\mu$, S — комбинированный спин $S(S+1) = (\sigma_k + \tau_k)^2 / 4$. Далее переходим к евклидовой метрике $p^2 = \omega^2 + k^2$ и разбиваем детерминант на два блока $S_z = \pm 1$ и $S_z = 0$ (за ось квантования принято направление пространственной части импульса $p_i = k_i$). В первом случае получаем после виковского поворота

$$\text{Det}(1) = (p^2 + V^2/4)^2 - V^2 k^2, \quad (24)$$

причем $\tau_i = \pm 1$; во втором случае оператор τ_i переставляет функции, обладающие $S = 1$ и $S = 0$

$$\text{Det}(2) = \begin{vmatrix} p^2 + 1/4 & k \\ k & p^2 + 9/4 \end{vmatrix} = p^4 + \frac{5}{2} p^2 - k^2 + 9/16$$

Детерминанты $M_q^{(0)}$ в обоих случаях равны p^4 . Спектры кварков тахионной части не содержат.

Вычисляя интеграл по импульсам (18) как в предыдущем разделе, получаем нулевой вклад от $\text{Det}(1)$ и ненулевой вклад $\sum \gamma = 1$ от второго детерминанта, для эффективного лагранжиана найдем

$$L_q^{(1)} = N_q \frac{g^4 V^4}{16\pi^2} \ln \frac{V^2}{\mu^2}. \quad (25)$$

N_q здесь число сортов кварков.

В $SU(3)$ теории возможны два варианта глюонного конденсата: в первом случае, обозначенном N_s , группа вращений $O(3)$ проектируется на обычную $SU(2)$ подгруппу группы цвета, за генераторы которой можно принять $\lambda_1/2$, $\lambda_2/2$, $\lambda_3/2$; во втором случае N_w генераторами подгруппы являются удвоенные операторы λ_2 , λ_7 , $-\lambda_5$, которые при обычной нормировке имели бы структурную константу $\pm 1/2$, а не ± 1 как в первом случае. Рассмотрим сначала первый случай, который практически сводится к предыдущему результату. Действительно, для $SU(3)$ вместо (23) получаем в евклидовой метрике

$$M_q^2 = p^2 + V k_i \lambda_i + \frac{1}{4} V^2 (2 + \delta_{ij} d_{ijk} \lambda_k - \varepsilon_{ijk} c^{ijl} \sigma_k \lambda_l). \quad (26)$$

Оператор $\varepsilon_{ijk} c^{ijl}$ равен $2\delta_{kl}$ для N_s случая и вдвое меньше для N_w .

Оператор $2+d_{ijk}\lambda_k$ равен для N_s утроенному проекционному оператору $\text{diag}(1, 1, 0)$, поэтому третья компонента фундаментального представления $SU(3)$ полностью выпадает и поправка к лагранжиану определяется формулой (25).

В случае конденсата N_w необходимо учитывать все три цвета кварков. Компоненты постоянного потенциала равны

$$V_1 = V\lambda_2/2, \quad V_2 = V\lambda_7/2, \quad V_3 = -V\lambda_5/2, \quad (27)$$

или сокращенно $V_i = V\lambda_I/2$, где λ_I равно λ_2 , λ_7 , $-\lambda_5$, когда i принимает значения $i = 1, 2, 3$. Как легко проверить, для N_w оператор $d_{Iik}\lambda_k = 0$. Частичная диагонализация матрицы осуществляется путем разбиения амплитуд по значению проекции комбинированного спина на направление импульса

$$m = (\sigma_i/2 + \lambda_i)k_i/k,$$

m принимает значение $\pm 3/2$, $\pm 1/2$.

Для вычисления $\sigma_k \lambda_k$ удобно ввести базис кварков

$$a_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix},$$

в котором матрица λ_2 действует как диагональный оператор

$$\lambda_2 a_+ = a_+, \quad \lambda_2 a_0 = 0, \quad \lambda_2 a_- = -a_-$$

Амплитуды $m = 1/2$

$$A_3 = (a_+ b_- + \sqrt{2} a_0 b_+)/\sqrt{3}, \quad A_1 = (\sqrt{2} a_+ b_- - a_0 b_+)/\sqrt{3}$$

соответствуют значению комбинированного спина $3/2$ и $1/2$ с проекцией $+1/2$ в обоих случаях (b_+ и b_- — собственные векторы обычного спина $\sigma_i b_{\pm} = \pm b_{\pm}$).

Используя тождество $S(S+1) = 3/4 + 2 + \sigma_k \lambda_k$, получаем $\sigma_i \lambda_I = -2$ для A_1 , $\sigma_i \lambda_I = 1$ для A_3 и, разумеется, амплитуд $S = 3/2$, $m = \pm 3/2$. Оператор $k_i \lambda_I = \pm k$ для $S = 3/2$, $m = \pm 3/2$. При $m = \pm 1/2$ имеем в базисе A_3 , A_1 недиагональный оператор

$$k_i \lambda_I = \frac{k}{3} \begin{pmatrix} 1 & \pm\sqrt{2} \\ \pm\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}.$$

Характеристический полином блока $m = \pm 3/2$ совпадает с (24). Этот блок вклада в $L^{(1)}$ не дает. При $m = \pm 1/2$ получаем

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} p^2 + 1/4 \pm k/3 & \pm\sqrt{2}/3 \\ \pm\sqrt{2}/3 & p^2 + 1 \pm 2k/3 \end{vmatrix} = p^4 + \frac{9}{4}p^2 + 1/4 \pm k(p^2 + 1/2).$$

В итоге $\sum \gamma = 1/4$ и окончательно

$$L_q^{(1)} = \frac{N_q}{64\pi^2} g^4 V^4 \ln \frac{V^2}{\mu^2} = \frac{N_q}{48\pi^2} g^2 H^2 \ln \frac{H}{\mu^2}.$$

5 Вычисление логарифмически расходящейся части однопетлевого эффективного лагранжиана в произвольной калибровочной теории для произвольного постоянного фонового поля

Вычисления предыдущих разделов можно значительно обобщить и расширить, если интересоваться только расходящейся частью эффективного лагранжиана. Оказывается, что ее можно вычислить в компактном виде для произвольной калибровочной теории и для произвольного фонового поля. Предварительно введем удобное обозначение

$$(\hat{A})_{ab} = g(T_c)_{ab} A_c$$

для свертки группового вектора с генераторами группы (g — константа связи). В присоединенном представлении $(T_c)_{ab} = c_{acb}$. Всюду в дальнейшем будем опускать групповые индексы у величин, оставляя только лоренцевы. Ковариантная производная записывается тогда в виде $\nabla = \partial + \hat{V}$. Для постоянного поля V

$$\hat{F}_{\mu\nu} = \widehat{\hat{V}_\mu \hat{V}_\nu} = \hat{V}_\mu \hat{V}_\nu - \hat{V}_\nu \hat{V}_\mu$$

(тождество Якоби). Как и в предыдущих разделах, мы будем пользоваться регуляризацией обрезанием, импульс обрезания обозначим через Λ .

Однопетлевой эффективный лагранжиан вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} L^{(1)} &= -\ln \left[\text{Det}^{-1/2}(G/G_0) \text{Det}(D/D_0) \text{Det}^N(S/S_0) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \ln \text{Det}(G/G_0) - \ln \text{Det}(D/D_0) - N \ln \text{Det}(S/S_0). \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь G , D и S — операторы квадратичных форм на глюонах, духах и фермионах, которые получаются после сдвига на фоновое поле в лагранжиане (G и S — это просто M и M_q из предыдущих разделов, записанные в новых обозначениях)

$$G_{\mu\nu} = \nabla^2 \delta_{\mu\nu} + 2\hat{F}_{\mu\nu},$$

$$D = \nabla^2, \quad S = \gamma \nabla - m,$$

а G_0 , D_0 и S_0 — значения G , D и S при нулевом фоновом поле. N — число фермионных ароматов. В дальнейшем будем пренебрегать массой фермионов. В импульсном представлении $\partial \rightarrow ip$, вводя единичный вектор n вдоль импульса, имеем

$$(G/G_0)_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{2in\hat{V}\delta_{\mu\nu}}{p} - \frac{\hat{V}^2\delta_{\mu\nu} + 2\hat{F}_{\mu\nu}}{p^2},$$

$$D/D_0 = 1 - \frac{2in\hat{V}}{p} - \frac{\hat{V}^2}{p^2}, \quad S/S_0 = 1 - \frac{(\gamma\hat{V})(\gamma n)}{p}.$$

Поскольку расходимость в интеграле по импульсам связана исключительно с верхним пределом, ее можно выделить следующим способом. Разобьем интервал интегрирования $[0, \Lambda]$ в регуляризованном интеграле на два: $[0, V]$ и $[V, \Lambda]$, где V — значение какой-либо компоненты фонового потенциала. Расходится при снятии регуляризации только второй интеграл, достаточно рассмотреть его. Используя тождество $\ln \text{Det } A = \text{Sp} \ln A$, и раскладывая матричный логарифм в ряд

$$\ln(1 - A) = -A - \frac{1}{2}A^2 - \frac{1}{3}A^3 - \frac{1}{4}A^4 + \dots,$$

можно выделить члены $\sim 1/p^4$, которые дадут логарифмическую расходимость

$$\int_V^\Lambda \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{A(n)}{p^4} = \frac{1}{8\pi^2} \langle A(n) \rangle \ln \frac{\Lambda}{V}.$$

(Усреднение $\langle \dots \rangle$ производится по направлениям вектора n .) Рассмотрим отдельно вклады глюонов, духов и фермионов.

Для глюонов получаем

$$\left\langle \text{Sp} \left[-\frac{1}{2}(\hat{V}^2\delta_{\mu\nu} + 2\hat{F}_{\mu\nu})(\hat{V}^2\delta_{\mu\nu} + 2\hat{F}_{\nu\mu}) - (\hat{V}^2\delta_{\mu\mu} + 2\hat{F}_{\mu\mu})(2in\hat{V})^2 - \frac{1}{4}(2in\hat{V})^4 \right] \right\rangle.$$

Средние произведений двух и четырех единичных векторов можно найти по формулам

$$\langle n_\alpha n_\beta \rangle = \frac{1}{4}\delta_{\alpha\beta}, \quad \langle n_\alpha n_\beta n_\mu n_\nu \rangle = \frac{1}{24}(\delta_{\alpha\beta}\delta_{\mu\nu} + \delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu} + \delta_{\alpha\nu}\delta_{\beta\mu}).$$

После всех сверток и с учетом множителя $1/2$ в формуле (28) получаем $\frac{5}{6} \text{Sp}(\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu})$. Аналогично для вклада духов найдем (с учетом множителя -1 в формуле (28)) $\frac{1}{12} \text{Sp}(\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu})$. Итак, логарифмически расходящаяся часть эффективного лагранжиана для теории без фермионов имеет вид

$$L^{(1)} = \frac{1}{8\pi^2} \frac{11}{12} \text{Sp}(\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu}) \ln \frac{\Lambda}{V}.$$

Для вклада фермионов найдем $-\frac{1}{4} \text{Sp}[(\gamma\hat{V})(\gamma n)]^4$. Мы считаем, что в евклиде $\gamma_4 = i\gamma_0$, а потому $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = -2\delta_{\mu\nu}$. Используя формулу для среднего от произведения четырех векторов n , известные свойства дираковских матриц, и учитывая

множитель $-N$ в формуле (28), получим вклад фермионов $\frac{N}{3} \text{Sp}(\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu})$, где след вычисляется в том представлении, которому принадлежат фермионы.

Для любой компактной группы и в любом представлении

$$\text{Sp}(T_a T_b) \sim \delta_{ab}, \quad (29)$$

поэтому в формулы везде входит только $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$. Это нетривиальный факт, поскольку резонно было ожидать появления двух комбинаций $\text{Sp}(\hat{V}_\mu\hat{V}_\mu\hat{V}_\nu\hat{V}_\nu)$ и $\text{Sp}(\hat{V}_\mu\hat{V}_\nu\hat{V}_\mu\hat{V}_\nu)$, которые и появляются в промежуточных вычислениях, однако в ответ входит только их разность, которая выражается через $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$.

Окончательная формула для логарифмически расходящейся части эффективного лагранжиана при наличии фермионов имеет вид

$$L^{(1)} = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{11}{12}A + \frac{N}{3}B \right) F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} \ln \frac{\Lambda}{V}, \quad (30)$$

где A и B — множители, входящие в формулу (29) в присоединенном представлении и в представлении, которому принадлежат фермионы. Например, для группы $SU(2)$ и фермионов в фундаментальном представлении $A = -2$, $B = 1/2$, для группы $SU(3)$ и фермионов в фундаментальном представлении $A = -3$, $B = 1/2$.

Сделаем два важных замечания. Нетрудно видеть, что эффективный лагранжиан содержит кроме логарифмических еще и квадратично расходящиеся члены. Для их устранения нужны контрчлены типа глюонной массы, нарушающие калибровочную инвариантность. На самом деле калибровочная инвариантность не нарушается, а неинвариантные контрчлены глюонной массы нужны потому, что промежуточная регуляризация обрезанием не является инвариантной. При использовании инвариантной промежуточной регуляризации (например, размерной) необходимости в неинвариантных контрчленах не возникает.

Если фоновое поле характеризуется всего одним размерным параметром, то вычислять конечную часть эффективного лагранжиана нет смысла. Ее зависимость от фонового поля очевидна из соображений размерности, а коэффициент все равно поглощается при перенормировке. Поэтому для фоновых полей такого типа вычисленная расходящаяся часть представляет собой полный однопетлевой вклад.

Нетрудно видеть, что коэффициент в формуле (30) в точности равен однопетлевой β -функции. По-видимому, впервые этот результат был получен т'Хоофтом [49] методом фонового поля, и, конечно же, не является случайным. Для определения β -функции нужно вычислять буквально те же диаграммы, что и для эффективного лагранжиана.

6 Заключение

В этом заключении нам хотелось бы обсудить историю вопроса и статус полученных результатов. Существует довольно много работ по рассматриваемой тематике, и мы попытаемся их расклассифицировать и дать им критическую оценку.

В литературе не существует единого мнения о том, чему посвящены работы “по исследованию вакуума КХД”. Скорее существует несколько направлений, причем их отношение друг к другу остается совершенно неясным. Мы выделим и опишем три

направления: теория во внешнем поле, метод фонового поля и метод эффективного потенциала.

Теория во внешнем поле пришла к нам из электродинамики, где внешнее (электромагнитное) поле имеет четкий экспериментальный статус. Внешнее поле в электродинамике вводится [39] посредством добавления к лагранжиану члена

$$-\bar{\psi}(x)\gamma_{\mu}\psi(x)A_{\text{ext}}^{\mu}(x). \quad (31)$$

Отсутствие четкого смысла внешнего поля в неабелевых теориях и наличие самодействия калибровочных полей привело к тому, что этот рецепт был заменен на сдвиг поля в лагранжиане

$$L(A) \rightarrow L(A + A_{\text{ext}}). \quad (32)$$

Нетрудно проверить, что эти два рецепта совпадают только для электродинамики и при условии, что внешнее поле удовлетворяет классическим уравнениям (уравнениям Максвелла с нулевым током). В теориях во внешнем поле внешнее поле является параметром лагранжиана, таким же, как масса фермиона. Введение внешнего поля нарушает пуанкаре-инвариантность. При способе введения (31) сохраняется калибровочная инвариантность, при способе введения (32) в неабелевой теории калибровочная инвариантность нарушается. Кроме того, в “сдвинутом” лагранжиане присутствуют, вообще говоря, линейные по полю члены. Для того чтобы их не было, нужно потребовать, чтобы внешнее поле удовлетворяло классическим уравнениям.

В методе фонового поля фоновое поле является вспомогательной величиной, и, вообще говоря, должно быть положено равным нулю после всех вычислений. Как писал сам создатель метода фонового поля ДеВитт [40], метод фонового поля был создан по образцу метода источников Швингера. В работах по методу фонового поля остается крайне неясной постановка задачи и цель исследований. Как писал тот же ДеВитт, суть метода состоит в изучении отклика различных амплитуд на изменение фона. Фоновое поле вводится в лагранжиан согласно формуле (32), причем требуется, чтобы оно удовлетворяло классическим уравнениям. Вводится также совершенно противоречивое требование, чтобы “сдвинутый” лагранжиан оставался калибровочно инвариантным.

Наиболее последовательным, на наш взгляд, является метод эффективного потенциала, хотя и он не свободен от недостатков. Первоначально он был предложен для скалярных полей [41] и представлял собой модификацию метода квазисредних Боголюбова. Целью метода является выяснение наличия или отсутствия спонтанного нарушения симметрии в теории (разумеется эта симметрия у теории должна быть — обстоятельство, на которое совершенно не обращается внимания в других методах). Как известно, метод квазисредних состоит в добавлении к лагранжиану члена, нарушающего симметрию и пропорционального “источнику”. Далее изучается предел выключения источника в производящем функционале связанных функций Грина. В методе эффективного потенциала предполагается, что член, нарушающий симметрию, линеен по полю (так оно и есть для скалярных полей). Тогда можно следовать преобразованием Лежандра и перейти от источника к “среднему полю” и одновременно к производящему функционалу сильно связанных функций Грина — эффективному потенциалу. Вместо исследования предела выключения источника в производящем функционале связанных функций Грина нужно исследовать минимум эффективного

потенциала. Ненулевое значение “среднего поля” в минимуме сигнализирует о спонтанном нарушении симметрии.

Однако механический перенос этого рецепта на калибровочные теории вызывает нарекания, так как, в отличие от среднего скалярного поля среднее потенциала калибровочного поля не является наблюдаемой величиной, и вряд ли возможно судить о нарушении симметрии по значению этого среднего. Кроме того, нарушается и пуанкаре-инвариантность. Нам представляется, что в калибровочных теориях нужно по-другому строить член, нарушающий симметрию, он уже не будет линеен по полю, а тогда вся схема метода эффективного потенциала должна быть пересмотрена.

Самый популярный способ вычисления эффективного потенциала основан на работе Джаквива [42] и состоит в вычислении суммы всех сильно связанных диаграмм в теории с лагранжианом

$$L(A + A_c) - (\partial L(A_c)/\partial A_c)A. \quad (33)$$

Это сдвинутый лагранжиан, из которого линейные члены выкинуты насильно. Классическое поле A_c не обязано поэтому удовлетворять классическим уравнениям движения. Сходство (32) и (33) породило сильную путаницу.

Теперь, когда мы изложили различные подходы к “проблеме вакуума КХД”, мы можем обсудить литературу. Нам хотелось бы начать с работ по теории с внешним полем. Первой должна быть упомянута работа Гейзенберга и Эйлера [43], в которой была вычислена фермионная петля во внешнем однородном магнитном поле. Этот результат был интерпретирован различными способами, в том числе и как радиационная поправка к уравнениям Максвелла. В точности по образцу работы Гейзенберга и Эйлера выполнена работа Саввиди [1]. Различие в том, что одно и то же поле было и внешним, и распространяющимся по петле, и внешнее поле было введено сдвигом в лагранжиане. Для интерпретации результат вычислений был назван энергией вакуума. Было обнаружено, что минимум этой энергии достигается при ненулевом поле.

Успех модели вакуума Саввиди вызвал к жизни обширную деятельность в этой области. Особенно соблазнительными были внешние поля, построенные из постоянных потенциалов, так как они сохраняли трансляционную инвариантность, что давало возможность употреблять стандартную диаграммную технику в импульсном представлении. Браун и Вайсбергер [12] расклассифицировали такие поля, однако нашли, что ни одно из них не удовлетворяет уравнениям Янга-Миллса (точнее, постоянным полям, удовлетворяющим уравнениям Янга-Миллса, соответствует нулевой тензор энергии-импульса). Не зная, что делать с возникающим в сдвинутом лагранжиане линейным по полям члене, они предложили заранее добавлять к лагранжиану Янга-Миллса член с источником, который бы компенсировал линейный член, возникающий при сдвиге. Ясно, что “исправленный” таким образом лагранжиан хотя и порождает уравнения, имеющие решением заданное внешнее поле, одновременно теряет все симметрии (в том числе и калибровочную), кроме трансляционной. Впервые на такой лагранжиан как на возможную основу теории посмотрели Кабо и Шабат [21]. Им пришлось заново произвести квантование, так как оказалось, что для определенных внешних полей (в частности, для поля “3л”, рассмотренного в работе) теория является теорией со связями второго рода. Хотя выражение для производящего функционала функций Грина выписано верно, в работе Кабо и Ша-

бада содержится огромное число ошибок. В частности, неверно вычислен гауссов функциональный интеграл, дающий выражение для глюонной и духовой петель во внешнем поле. Вычисленная на основе этого неверного выражения величина названа эффективным действием, и сделан вывод, что, в отличие от модели Саввиди, нетривиальное вакуумное состояние с рассмотренной конфигурацией поля энергетически невыгодно. Вшивцев, Жуковский и Старинец [44], также взяв за основу неверно вычисленный гауссов функциональный интеграл из работы Кабо и Шабада, вычислили не только бестемпературное эффективное действие, но и его температурную зависимость. Бестемпературный результат совпал с результатом Кабо и Шабада. Что касается температурной зависимости, то тут авторы пришли к парадоксальному выводу о том, что при повышении температуры может возникнуть нетривиальное вакуумное состояние (хорошо известно, что оно может только испариться). Положение было до некоторой степени прояснено в работе Вшивцева и Перегудова [20]. Взяв за основу тот же лагранжиан с внешним источником, авторы последовательно провели процедуру квантования, которая (как и структура получающейся теории) оказалась зависящей от внешнего источника, другими словами, от внешнего поля. Было показано, что для внешнего поля, рассмотренного Кабо и Шабадом, теория является неперенормируемой. Был правильно вычислен гауссов функциональный интеграл, соответствующий петле во внешнем поле. Из результата вычислений видно, что он не имеет ничего общего с аналогичной величиной в калибровочных теориях, в частности, вклад временных глюонов вовсе не составляет половину вклада духов.

Обратимся к работам по методу эффективного потенциала. Работа [22] зачислена нами в этот разряд условно, так как сами авторы, по-видимому, причисляют ее к множеству работ с внешним полем. Однако выражения для однопетлевого эффективного действия в их работе соответствуют методу эффективного потенциала. В статье огромное число арифметических ошибок, и можно только удивляться, как авторам в конце концов удается получить ответ, достаточно близкий к правильному. Как уже отмечалось выше, механический перенос схемы метода эффективного потенциала со скалярных на калибровочные теории приводит к неприятным следствиям — и сам эффективный потенциал, и точка его минимума оказываются калибровочно зависимыми. Попытке преодоления этих трудностей посвящена работа Нильсена [45] (дальнейшее развитие его идей можно найти в работе Скалозуба [46]). Нильсену удалось показать, что, если эффективный потенциал имеет минимум в одной из ξ -калибровок, то он имеет минимум и во всех ξ -калибровках. Правда, в статье почему-то отсутствует обсуждение, является ли этот минимум нетривиальным (то есть соответствует ли он ненулевому среднему полю). Между тем, именно нетривиальность минимума во всех калибровках имела бы какое-то калибровочно инвариантное содержание (конечно, оставался бы еще очень сложный вопрос о количественном согласии предсказаний во всех калибровках, но его уже необходимо решать для наблюдаемых величин). Вообще, нам представляется, что авторы, использующие схему метода эффективного потенциала, плохо представляют себе специфику спонтанного нарушения симметрии в калибровочных теориях. Калибровочная симметрия играет здесь двоякую роль. Глобальная симметрия ответственна за сохранение соответствующих токов и в этом смысле аналогична любой некалибровочной симметрии. Локальная же, собственно калибровочная, симметрия приводит к функциональной зависимости уравнений движения и сокращению числа физиче-

ских степеней свободы по сравнению с числом исходных полей. Нарушается именно глобальная симметрия, локальная же должна быть сохранена, иначе мы получим теорию с другим числом физических степеней свободы. Именно это обстоятельство делает невозможным формальное перенесение схемы метода эффективного потенциала на калибровочные теории.

Нам хотелось бы отдельно остановиться на работах, посвященных A_0 -конденсации [47, 46]. Конечно же, все эти работы основаны на чистом недоразумении. Так, в работе [47] утверждается, что при конечной температуре мы не можем устранить компоненту A_0 потенциала из-за граничных (периодических) условий. На самом деле, как показывает схема квантования калибровочных теорий, компонента A_0 не является физической ни в евклиде, ни в минковском. Это означает, что никакие граничные условия на нее не накладываются. Неверно и утверждение о том, что A_0 компонента может быть устранена калибровочным преобразованием в пространстве Минковского. Дело в том, что калибровка $A_0 = 0$ не является, строго говоря, допустимой калибровкой [48]. Это связано с тем, что уравнение для определения калибровочного преобразования, устраняющего A_0 , имеет первый порядок по времени (по мнимому времени в евклиде), тогда как к нему ставятся два граничных условия — в бесконечном прошлом и бесконечном будущем (в евклиде для матрицы плотности — в нуле и при обратной температуре). В работе [48] построена регуляризация калибровки $A_0 = 0$, которая уже является допустимой калибровкой, и до некоторой степени исследован предел снятия регуляризации.

Следует сказать о том, что во всех работах вычисления проведены с конечным числом петель (обычно одной). Конечно, в теории в одной константой связи такие вычисления совершенно недостаточны для получения надежных результатов. По самой сути петлевого разложения высшие петли являются малыми поправками к древесному результату, однако в области предполагаемого нетривиального минимума они оказываются одного порядка, так что мы далеко выходим за пределы применимости нашего приближения. Наоборот, в теориях с двумя константами связи, когда древесный результат зависит от одной, а однопетлевой — от другой [34], однопетлевое приближение дает надежные предсказания.

Свою работу мы относим к работам по методу эффективного потенциала и принимаем всю изложенную выше критику. Как уже отмечалось в основном тексте, коэффициент в расходящейся части однопетлевого эффективного лагранжиана в точности (и не случайно) совпадает с однопетлевой β -функцией. По-видимому, в литературе отсутствует четкое понимание этого факта. Обращает на себя внимание и факт совпадения нашего результата для $SU(2)$ теории с результатом Саввиди. Это указывает на то, что в действительности область применимости наших формул не ограничивается постоянными потенциалами. К сожалению, мы не видим, как обобщить использованные в работе методы на потенциалы, зависящие от координат. Возможно, нужно использовать какие-то другие методы, например метод фонового поля. Независимо от возможностей дальнейшего обобщения можно сказать, что попытки построения принципиально новых моделей вакуума имеют очень небольшие шансы на успех. Коэффициент при наиболее интересном логарифмическом по полю члене эффективного потенциала, по-видимому, определяется исключительно структурой калибровочной группы, а не вакуумного поля.

Список литературы

- [1] G. K. Savvidi. Phys. Lett. 1977. V. B71. P. 133.
- [2] S. G. Matinyan, G. K. Savvidi. Nucl. Phys. 1978. V. B143. P. 539.
- [3] И. А. Баталин, С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди. ЯФ. 1977. Т. 26. С. 407.
- [4] В. В. Владимирский. ЯФ. 1995. Т. 58. С. 107.
- [5] В. В. Владимирский. ЯФ. 1996. Т. 59. С. 2069.
- [6] В. В. Владимирский. ЯФ. 1998. Т. 61. С. 573.
- [7] H. Pagels, E. Tomboulis. Nucl. Phys. 1978. V. B143. P. 485.
- [8] N. K. Nielsen, P. Olesen. Nucl. Phys. 1978. V. B144. P. 376.
- [9] N. K. Nielsen, P. Olesen. Phys. Lett. 1978. V. B78. P. 304.
- [10] J. Ambjorn, N. K. Nielsen, P. Olesen. Nucl. Phys. 1979. V. B152. P. 75.
- [11] N. K. Nielsen, P. Olesen. Nucl. Phys. 1979. V. B160. P. 380.
- [12] L. S. Brown, W. I. Wiesberger. Nucl. Phys. 1979. V. B157. P. 285.
- [13] H. B. Nielsen, M. Ninomiya. Nucl. Phys. 1979. V. 156. P. 1.
- [14] J. Ambjorn, P. Olesen. Nucl. Phys. 1980. V. B170. P. 60, P. 265.
- [15] H. Leutwyller. Nucl. Phys. 1981. V. B179. P. 129.
- [16] M. Ninomiya, N. Sakai. Nucl. Phys. 1981. V. 190. P. 316.
- [17] A. I. Mil'shtein, Yu. F. Pinelis. Phys. Lett. 1984. V. B137. P. 233.
- [18] А. В. Юнг. ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1324
- [19] Maiani et al. Nucl. Phys. 1986. V. B237. P. 275.
- [20] А. С. Вшивцев, Д. В. Перегудов. ТМФ. 1995. Т. 104.
- [21] А. Кабо, А. Е. Шабад. Труды ФИАН. 1988. Т. 192. С. 153.
- [22] R. Parthasarathy, M. Singer, K. S. Viswanathan. Can. J. Phys. 1983. V. 61. P. 1442.
- [23] D. Кау. Phys. Rev. 1983. V. D28. P. 1562.
- [24] S. Huang, A. R. Levi. Phys. Rev. 1994. V. D49. P. 6849.
- [25] A. I. Mil'shtein, Yu. F. Pinelis. Z. Phys. 1985. V. C27. P. 461.
- [26] V. E. Rochev. J. Phys. A. 1998. V. 31. P. 409
- [27] А. С. Вшивцев, Д. В. Перегудов. Изв. Вузов. Физика. 1997. №. 7. С. 18.

- [28] R. Anishetty. Phys. Lett. 1982. V. B108. P. 295.
- [29] M. Reuter, C. Wetterich. Phys. Rev. 1997. V. D56. P. 7893.
- [30] G. V. Efimov, S. N. Nedelko. Eur. Phys. J. 1998. V. C1. P. 343.
- [31] A. V. Averin, A. V. Borisov, V. Ch. Zhukovskii. Z. Phys. 1990. V. C48. P. 457.
- [32] L. F. Abbott. Nucl. Phys. 1981. V. B185. P. 189.
- [33] A. Rebhan. Z. Phys. 1986. V. C30. P. 309.
- [34] S. Coleman, E. Weinberg. Phys. Rev. 1973. V. D7. P. 1888.
- [35] Ю. А. Симонов. УФН. 1996. Т. 166. С. 337.
- [36] C. D. Roberts, A. G. Williams. Prog. Part. Nucl. Phys. 1994. V. 33. P. 477.
- [37] A. Hadice. Int. Journ. of Mod. Phys. 1991. V. A6. P. 3321.
- [38] П. А. Коваленко, Л. В. Лаперашвили. ЯФ. 1999. “Эффективный лагранжиан КХД и метод ренормгруппы”. ИТЭФ 42-97. Москва. 1997.
- [39] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. “Введение в теорию квантованных полей”. М.: ГИТТЛ, 1957
- [40] В. С. Девитт. “Динамическая теория групп и полей”. М.: Наука, 1987
- [41] G. Jona-Lasinio. Nuovo Cim. v. 34, 1964, 1790–1795
- [42] R. Jackiw. Phys. Rev. 1974, v. D9, no. 6, 1686–1701
- [43] W. Heisenberg, H. Euler. Z. Phys. 1936. V. 98. P. 714; V. F. Weisskopf. Kgl. Danske. Veld. Selsk. 1936. V. 14. P. 1.
- [44] А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, А. О. Старинец. Изв. вузов. Физика, 1992, № 11, 65–71
- [45] N. K. Nielsen. Nucl. Phys. B101 (1975) 173–188
- [46] V. V. Skalozub. “Nielsen’s identity and gluon condensation at finite temperature”. Preprint IC/92/405, Miramare-Trieste, 1992
- [47] V. M. Belyaev. Phys. Lett. 1990, v. B241, no. 1, 91–95
- [48] Г. А. Кравцова, А. А. Славнов. ТМФ, т. 89, № 2, (1991) 238–245
- [49] G. t’Hooft. Nucl. Phys. 1973. V. B62. P. 444.