

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы: исследование законов вращательного движения на примере маятника Обербека.

Задание: измеряя времена падения и массы грузов, создающих вращательные моменты для движения маятника Обербека, убедиться в выполнении основного уравнения динамики вращательного движения.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: изучить понятия момента инерции точки и твердого тела, момента силы, уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси, изучить описание установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Савельев, *Курс общей физики, т. 1: Механика, молекулярная физика*, М.: Наука, 1987, §§36–43

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение момента инерции материальной точки и твердого тела относительно некоторой оси.
2. Дайте определение момента силы относительно некоторой оси.
3. Выведите основное уравнение вращательного движения.
4. Как определить направление вектора угловой скорости вращения относительно некоторой оси?
5. Опишите устройство маятника Обербека.
6. Чему равен суммарный момент сил, действующих на ось вращения маятника Обербека?

ОПИСАНИЕ АППАРАТУРЫ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Изучение динамики вращательного движения производится на установке, схематически изображенной на рис. 1 и получившей название маятника Обербека.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -T_EX

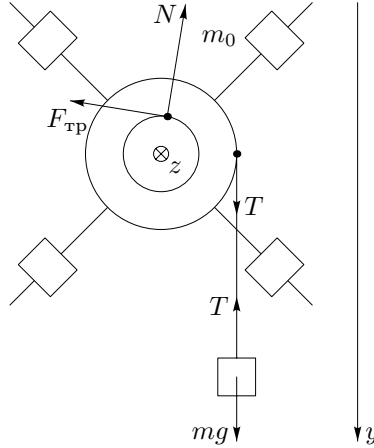


Рис. 1. Схема установки

Четыре спицы укреплены на горизонтально расположенном цилиндре под прямым углом друг к другу. Вдоль спиц могут перемещаться грузы одинаковой массы m_0 , закрепляемые с помощью винтов на любом расстоянии от оси вращения, что дает возможность изменять момент инерции всей системы. При одинаковом расстоянии грузов от оси вращения система находится в состоянии безразличного равновесия. С цилиндром жестко соединен шкив, на который намотана нить. К свободному концу нити может быть прикреплен груз массы m . Цилиндр и шкив насажены на общую ось, что позволяет всей системе вращаться вокруг горизонтальной оси.

Вращение маятника Обербека описывается основным уравнением динамики вращательного движения

$$J\beta = M, \quad (1)$$

где J — момент инерции маятника относительно оси вращения (оси z), β — угловое ускорение маятника, M — проекция суммарного момента внешних сил, действующих на маятник, относительно какой-либо точки на оси z на ось z .

Движение груза m описывается вторым законом Ньютона

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F}. \quad (2)$$

На маятник действуют сила реакции оси N и сила натяжения нити T . Момент силы реакции оси равен нулю, а момент силы натяжения нити

равен TR , где R — радиус шкива. Кроме того, из-за трения в оси маятника возникает еще момент силы трения, который мы условно запишем в виде $F_{\text{тр}}r$, где r — радиус оси (на самом деле используется шариковый подшипник качения, так что и сила реакции оси и сила трения распределены по отдельным шарикам). Итак

$$J\beta = TR - F_{\text{тр}}r. \quad (3)$$

На груз m действуют сила тяжести mg и сила натяжения нити T . Проекция второго закона Ньютона на вертикальную ось y дает

$$ma = mg - T. \quad (4)$$

Скорость груза связана с угловой скоростью вращения маятника условием $v = \omega R$, из которого следует связь ускорений

$$a = \beta R. \quad (5)$$

Исключая силу натяжения нити T и угловое ускорение β из системы уравнений (3)–(5), приходим к соотношению

$$(J + mR^2)\frac{a}{R} = mgR - F_{\text{тр}}r. \quad (6)$$

Соотношение (6) можно немного упростить, если учесть, что $J \gg mR^2$. Кроме того, будем считать, что сила трения $F_{\text{тр}}$ не зависит от массы груза m (это справедливо, если масса маятника много больше массы груза). Тогда

$$J\frac{a}{R} = mgR - F_{\text{тр}}r. \quad (7)$$

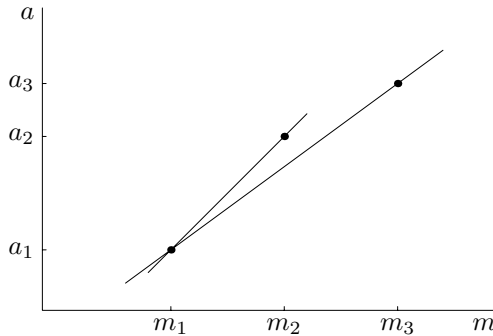


Рис. 2. Проверка линейной зависимости $a(m)$

Соотношение (7) проверяется в эксперименте. Оно означает, что ускорение груза линейно зависит от его массы, то есть график $a(m)$ — прямая (смотри рис. 2). Поскольку ни момент инерции маятника J , ни сила трения $F_{\text{тр}}$ неизвестны, то неизвестен ни наклон графика, ни точка пересечения с осью $m = 0$. Для проверки линейной зависимости нужно произвести эксперимент с тремя разными грузами $m_1, m_2 > m_1, m_3 > m_2$ и определить соответствующие ускорения a_1, a_2, a_3 . Точки $(m_1, a_1), (m_2, a_2), (m_3, a_3)$ будут лежать на одной прямой, если наклоны двух прямых, проведенных через точки (m_1, a_1) и (m_2, a_2) и (m_1, a_1) и (m_3, a_3) , будут совпадать

$$\frac{a_2 - a_1}{m_2 - m_1} = \frac{a_3 - a_1}{m_3 - m_1}.$$

Разделив это равенство на a_1 и умножив на m_1 , можно переписать его в виде

$$A_2 = \frac{n_2 - 1}{x_2 - 1} = \frac{n_3 - 1}{x_3 - 1} = A_3, \quad (8)$$

где обозначено $n_2 = a_2/a_1, n_3 = a_3/a_1, x_2 = m_2/m_1, x_3 = m_3/m_1$.

Чтобы проверить равенство (8) с учетом погрешности измерений, нужно вычислить значения A_2 и A_3 и погрешности ΔA_2 и ΔA_3 и проверить выполнение неравенства

$$|A_2 - A_3| \leq \Delta A_2 + \Delta A_3. \quad (9)$$

Погрешности в A_2 и A_3 в соответствие с формулой (8) имеют вид

$$\frac{\Delta A_2}{A_2} = \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} + \frac{\Delta x_2}{x_2 - 1}, \quad \frac{\Delta A_3}{A_3} = \frac{\Delta n_3}{n_3 - 1} + \frac{\Delta x_3}{x_3 - 1}. \quad (10)$$

Погрешности отношения масс x_2 и x_3 рассчитываются просто

$$\frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2}, \quad \frac{\Delta x_3}{x_3} = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_3}{m_3}. \quad (11)$$

Ускорения грузов m_1, m_2, m_3 не измеряются непосредственно. Вместо этого измеряются времена падения грузов с заданной высоты h . Как известно, $h = at^2/2$, а потому

$$n_2 = \frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1^2}{t_2^2}, \quad n_3 = \frac{a_3}{a_1} = \frac{t_1^2}{t_3^2}. \quad (12)$$

Погрешность в отношении ускорений

$$\frac{\Delta n_2}{n_2} = 2 \frac{\Delta t_1}{t_1} + 2 \frac{\Delta t_2}{t_2}, \quad \frac{\Delta n_3}{n_3} = 2 \frac{\Delta t_1}{t_1} + 2 \frac{\Delta t_3}{t_3}. \quad (13)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Размещают грузы на спицах на одинаковом расстоянии от оси таким образом, чтобы система находилась в состоянии безразличного равновесия — крестовина без подвешенного на нити груза не должна вращаться независимо от ее начального положения.
2. Наматывают нить на шкив, укрепляют на ней груз m_1 и устанавливают груз на заданном расстоянии h от пола (груз $m_1 \geq 150$ г).
3. Определяют 5 раз время прохождения грузом m_1 заданного расстояния.
4. Повторяют опыты 2 и 3 с грузами $m_2 > m_1$ и $m_3 > m_2$.

Результаты должны быть оформлены в виде таблицы (см. таблицу 1).

ТАБЛИЦА 1

	1	2	3	4	5	Средн. знач.	Случ. погр.	Погрешн. прибора
t_1 , с								
t_2 , с								
t_3 , с								

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Для каждого из грузов определяют среднее значение $t_{\text{ср}}$.
2. Для каждого из грузов определяют случайную погрешность по формуле

$$\Delta t_{\text{сл}} = \alpha_{n,p} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}$$

(для $n = 5$ и $p = 0.7$ коэффициент $\alpha_{n,p} = 1.19$).

3. Рассчитывают отношения ускорений n_2 и n_3 (формула (12)).
4. Определяют погрешности Δn_2 и Δn_3 по формуле (13).
5. Рассчитывают отношения $x_2 = m_2/m_1$ и $x_3 = m_3/m_1$.
6. Рассчитывают погрешности Δx_2 и Δx_3 по формуле (11).
7. Рассчитывают значения A_2 и A_3 по формуле (8).
8. Рассчитывают погрешности ΔA_2 и ΔA_3 по формуле (10).
9. Проверяют выполнение неравенства (9). Выполнение этого неравенства свидетельствует о выполнении закона вращательного движения (1).