

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: изучение вращательного движения твердого тела.

Задание: определить опытным путем момент инерции маховика.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: изучить рекомендованную литературу, ответить на контрольные вопросы.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Савельев, *Курс общей физики, т. 1: Механика, молекулярная физика*, М.: Наука, 1987, §§38–41

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
2. Чему равна кинетическая энергия вращающегося тела?
3. Выведите формулу для расчета момента инерции диска.
4. Какие измерения необходимы в данной работе для определения J ?
5. Какой закон положен в основу вывода расчетной формулы (4)?
6. Чему равна энергия системы после падения груза m на пол?
7. Чему равны инструментальные погрешности Δh , ΔD , Δt ?
8. Как определяются погрешности ΔJ , ΔN_2 , Δt ?
9. Выведите формулу (5) для относительной погрешности.

ОПИСАНИЕ АППАРАТУРЫ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Моментом инерции твердого тела относительно какой-либо оси называется сумма произведений массы каждой частицы, входящей в состав данного тела, на квадрат расстояния от этой частицы до оси (см. рисунок 1)

$$J = \sum_i m_i R_i^2. \quad (1)$$

(Для сплошного твердого тела нужно писать интеграл $J = \int \rho R^2 d^3r$, где ρ — плотность.)

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TEX

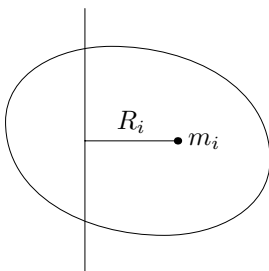


Рис. 1. Определение момента инерции

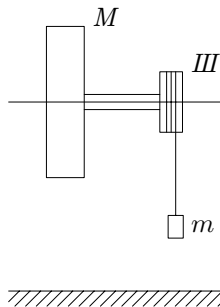


Рис. 2. Схема установки

Для тел простой формы момент инерции может быть вычислен непосредственно по определению. Для тел сложной формы момент инерции целесообразно определять экспериментально.

В настоящей работе опытным путем определяется момент инерции системы, состоящей из массивного металлического маховика M и шкива III , насаженных на общий вал. Вся система может вращаться вокруг горизонтальной оси. На рисунке 2 маховик схематично изображен в виде диска. На самом деле и маховик и вал имеют более сложную форму.

На шкив III наматывается нить, к концу которой прикреплен груз m . Наматывая нить на шкив, поднимают груз на высоту h и отпускают. Опускаясь, груз раскручивает маховик. После того как груз ударится о пол, нить соскальзывает со шкива, маховик же продолжает вращаться еще некоторое время по инерции. Измеряя время опускания груза t и число оборотов маховика до остановки N_2 , можно определить момент инерции системы.

Формулу для расчета момента инерции удобно вывести из закона сохранения энергии, точнее, из закона изменения энергии, поскольку важную роль играют силы трения. Мы будем считать, что момент сил трения, действующих на маховик, один и тот же, что во время опускания груза, что после его удара о пол. Это приближение справедливо, поскольку масса груза много меньше массы маховика. Кроме того, мы будем считать, что момент сил трения не зависит от скорости вращения, что справедливо для сухого трения.

Когда груз поднят на высоту h , он имеет потенциальную энергию mgh , кинетические энергии груза и маховика равны нулю. В момент удара о пол груз имеет кинетическую энергию $mv^2/2$, а маховик — $J\omega^2/2$, по-

тенциальная энергия груза равна нулю. Разница начальной и конечной механической энергии системы равна работе сил трения. Вводя работу сил трения за один оборот A , можно написать

$$mgh - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \right) = AN_1, \quad (2)$$

где N_1 — число оборотов маховика за время опускания груза.

Для вращения маховика по инерции можно написать

$$\frac{J\omega^2}{2} = AN_2. \quad (3)$$

Скорость груза в момент удара о пол и угловая скорость вращения маховика в этот же момент связаны между собой соотношением $v = \omega D/2$, где D — диаметр шкива. Кроме того, можно показать, что груз опускается равноускоренно, поэтому

$$h = at^2/2, \quad v = at.$$

Исключая неизвестное ускорение груза a , получим $v = 2h/t$. Таким образом, v и ω в уравнениях (2) и (3) можно выразить через измеряемые величины h и t , после чего нетрудно уже найти J

$$J = \frac{mD^2 N_2 (gt^2/2h - 1)}{4(N_1 + N_2)}.$$

Полученное выражение можно немного упростить, если заметить, что $gt^2/2h = g/a \gg 1$ — обычно ускорение, с которым опускается груз, много меньше ускорения свободного падения. Кроме того $N_1 = h/(\pi D)$. Окончательно

$$J = \frac{mD^2 N_2 gt^2}{8h[h/(\pi D) + N_2]}. \quad (4)$$

Погрешность в определении J рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} \frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + 2\frac{\Delta t}{t} + \frac{3h + 2\pi D N_2}{h + \pi D N_2} \frac{\Delta D}{D} + \\ + \frac{h}{h + \pi D N_2} \frac{\Delta N_2}{N_2} + \frac{2h + \pi D N_2}{h + \pi D N_2} \frac{\Delta h}{h}. \end{aligned} \quad (5)$$

Порядок выполнения работы

1. Знакомятся с установкой. Измеряют диаметр шкива *III* штангенциркулем.

2. Надевают на штифтик шкива петлю нити, к которой привязан груз m . Положение, при котором груз находится на полу, а нить натянута, отмечают на маховике.
3. Поднимают груз на высоту h . Значение h выбирают по согласованию с преподавателем.
4. Отпускают маховик и измеряют секундомером время его падения t .
5. Считают число оборотов маховика N_2 , начиная с момента удара груза о пол до полной остановки маховика.

Внимание! Измерения нужно производить вдвоем. Один студент измеряет время падения груза, а второй — число оборотов маховика до остановки.

6. Измерения, описанные в пункта 3–5, повторяют 10 раз.

Результаты должны быть оформлены в виде таблицы (см. таблицу 1). Кроме величин, указанных в таблице, отдельно должны быть записаны высота h , диаметр шкива D , масса груза m .

ТАБЛИЦА 1

	1	2	...	10	Средн. знач.	Случ. погр.	Погрешн. прибора
t , с							
N_2							

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Вычисляют средние значение времени $t_{\text{ср}}$ и количества оборотов до остановки $N_{2\text{ср}}$ и заносят в таблицу.
2. Вычисляют случайные погрешности

$$\Delta t_{\text{сл}} = \alpha_{n,p} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}$$

и ΔN_2 (для $n = 10$ и $p = 0.7$ коэффициент $\alpha_{n,p} = 1.10$) и заносят в таблицу.

3. Вычисляют J по формуле (4).
4. Вычисляют погрешность определения J по формуле (5).
5. Считая маховик диском (или комбинацией дисков), приближенно вычисляют его момент инерции. Сравнивают с измеренным экспериментально.