

Программа (неофициальная, но фактическая)

1. Векторный анализ. Понятие скалярного и векторного поля. Преобразование компонент при смене системы координат. Инвариантные дифференциальные операции: градиент, дивергенция, ротор, производная по направлению, лапласиан. Интегральные теоремы Гаусса и Стокса. “Четыре теоремы”.

Опционально: понятие тензора. Преобразования компонент тензора при смене системы координат. Инвариантные алгебраические и дифференциальные операции над тензорами. Инвариантные тензоры: симметричный и антисимметричный. Вид основных векторных дифференциальных операций в тензорной записи.

Навыки: преобразование сложных дифференциальных векторных выражений, умение пользоваться интегральными теоремами.

2. Уравнения Максвелла. Понятие электромагнитного поля. ЭМ поле как непрерывная среда с бесконечным числом степеней свободы. ЭМ поле как посредник взаимодействия между частицами. Запаздывающее взаимодействие. Уравнения Максвелла. Заряды и токи как источники ЭМ поля. Особенности начальной задачи для уравнений Максвелла: условие разрешимости (сохранения заряда), уравнения связи (ограничения на начальные условия). Внутренние степени свободы (поляризация).

3. Законы сохранения в электродинамике. Общее понятие о законах сохранения в теориях сплошной среды. Плотность сохраняющейся величины и плотность потока сохраняющейся величины. Закон сохранения заряда. Закон сохранения энергии. Вектор Пойнтинга. Закон сохранения импульса. Тензор максвелловских напряжений. Выражение силы, действующей на тело, через интеграл по его поверхности. Сила Лоренца как следствие уравнений Максвелла.

4. Скалярный и векторный потенциалы. Калибровочная инвариантность. Фиксация калибровки. Условие Лоренца. Уравнения Максвелла в потенциалах в калибровке Лоренца.

Опционально: особенности начальной задачи для уравнений в потенциалах. Уравнения Ефименко.

5. Электростатика. Уравнения электростатики. Потенциал электростатического поля. Идея использования соображений симметрии. Три типа симметрии распределения зарядов, позволяющие найти поле во всем пространстве: сферическая, цилиндрическая, плоская. Поля точечного заряда, нити, плоскости. Общее решение уравнений электростатики. “Страшные формулы” для электрического поля и потенциала. Применение соображений симметрии для упрощения решения задач.

Навыки: уметь видеть симметрии и применять их. Уметь применять принцип суперпозиции. Уметь применять интегральную теорему Гаусса и “страшные формулы”.

6. Магнитостатика. Уравнения магнитостатики. Ограничения на плотность тока. Ограничения принципа суперпозиции. Использование соображений симметрии. Два типа симметрии распределений тока, позволяющие найти поле во всем пространстве: цилиндрическая и плоская. Поля прямого тока, тороидального соленоида, плоскости с током, прямого соленоида. Аналогия уравнений электростатики и магнитостатики в потенциалах. Общая формула для векторного потенциала. Общая формула для магнитного поля (закон Био—Савара—Лапласа). Применение соображений симметрии для упрощения решения задач.

Навыки: уметь видеть симметрии и применять их. Понимать ограничения принципа суперпозиции в магнитных задачах. Уметь применять интегральную теорему Стокса и закон Био—Савара—Лапласа.

7. Мультипольное разложение. Разложение потенциала электростатического поля на больших расстояниях. Электрический дипольный и квадрупольный моменты. Характер разложения, малый параметр. Разложение электрического поля. Особенности разложения векторного потенциала: отсутствие “монопольного члена”. Магнитный диполь. Разложение магнитного поля.

Сила и момент силы, действующие на малое тело или тело в слабо неоднородном поле. Разложение по мультиполям. Характер разложения, малый параметр. Физический смысл членов с дипольным моментом.

Разложение поля в малой области в вакууме. Характер разложения, малый параметр. Коэффициенты разложения. Ограничения на коэффициенты разложения, вытекающие из уравнений электростатики и магнитостатики вакуума. Аналогия между коэффициентами разложения и мультипольными моментами.

8. Преобразование Фурье и обобщенные функции. Преобразование Фурье. Обратное преобразование. Свойства преобразования Фурье: перевод производной и свертки в произведение. Применение преобразования Фурье к решению линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и интегральных уравнений типа свертки.

Понятие обобщенной функции. Основные функции. Производная обобщенной функции. Дельта-функция Дирака. Обобщенные функции в трех измерениях. Трехмерная дельта-функция. Сферическая симметрия трехмерной дельта-функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.

9. Запаздывающие потенциалы. Преобразование Фурье по времени волнового уравнения. Уравнение Гельмгольца. Фундаментальное решение уравнения Гельмгольца. Сходящаяся и расходящаяся сферические волны. Запаздывающие потенциалы. Потенциалы Лиенара—Вихерта (запаздывающие потенциалы точечного заряда). Геометрическая интерпретация: световой конус прошлого, мировая линия заряда. Запаздывающие поля точечного заряда.

10. Поля равномерно движущегося заряда. Деформация электрического кулоновского поля, появление магнитного. Поле заряда, движущегося по окружности, на ее оси. Излучение. Разложение поля по степеням скорости заряда, отсутствие линейного члена.

11. Мультипольное разложение поля излучения медленно движущихся зарядов. Характер разложения, малый параметр. Электрическое дипольное излучение. Разложение по ортам сферической системы координат. Поляризация излучения. Угловое распределение интенсивности излучения. Полная мощность излучения, формула Лармора. Усреднение по периоду колебаний в случае периодического движения зарядов, интеграл по времени (излученная энергия) в случае непериодических (тормозное излучение).

Навыки: умение по описанию движения зарядов выписать выражение для электрического дипольного момента, углового распределения излучения, определить поляризацию, провести усреднение по времени.

12. Уравнения Максвелла без токов и зарядов. Уравнения в полном пространстве. Разложение Фурье по плоским волнам. Структура гармонической плоской волны:

скорость, соотношение амплитуд и фаз электрического и магнитного полей, направления полей. Поперечность волны, две независимые поляризации. Общее решение уравнений Максвелла в вакууме во всем пространстве.

13. Волноводы. Понятие волновода. Однородность по времени и вдоль оси волновода. Преобразование Фурье. Выражение всех компонент полей через компоненты вдоль оси волновода. ТМ- и ТЕ-волны — аналоги двух поляризаций. ТЕМ-волна. Многосвязность сечения волновода как необходимое условие существования ТЕМ-волны.

Волновод прямоугольного сечения. Граничные условия. Метод разделения переменных для решения двумерного уравнения Гельмгольца. Разложение по полной системе собственных функций симметричного оператора. Явные выражения для ТМ- и ТЕ-волн. Номенклатура волн. Дисперсионные соотношения. Вырождение по направлению распространения волны, по поляризации (ТМ, ТЕ), в случае квадратного сечения. Минимальные частоты волн.

14. Резонаторы. Понятие резонатора. Резонатор из волновода. Резонатор в форме прямоугольного параллелепипеда. Решение для резонатора в виде суперпозиции бегущих в противоположных направлениях волн в волноводе. Явные выражения для ТМ- и ТЕ-мод. Номенклатура мод. Собственные частоты. Вырождение по поляризации, в случае совпадения длин ребер резонатора. Мода наименьшей частоты (фундаментальная мода).

15. Волновод круглого сечения. Разделение переменных в полярных (цилиндрических) координатах. Разложение в ряд Фурье по периодической координате (углу). Радиальное уравнение — уравнение Бесселя. Понятие о функциях Бесселя, элементарные свойства этих функций. Явные выражения для ТМ- и ТЕ-волн. Номенклатура волн. Дисперсионные соотношения. Двукратное вырождение по “направлению вращения”. Минимальные частоты.

16. Коаксиальный волновод. Понятие о функциях Неймана как втором независимом решении уравнения Бесселя. Элементарные свойства функций Неймана. Явные выражения для ТМ- и ТЕ-волн. ТЕМ-волна в коаксиальном волноводе.

17. Цилиндрические и коаксиальные резонаторы. Решение для резонатора в виде суперпозиции бегущих в противоположных направлениях волн в волноводе. Явные выражения для ТМ-, ТЕ- и ТЕМ-мод. Номенклатура мод. Собственные частоты.

Навыки: умение выписать распространяющиеся в волноводе волны и моды резонатора в заданном диапазоне частот с учетом вырождения. Понимание, как строятся решения для волноводов других сечений.

18. Движение заряженных частиц во внешнем ЭМ поле. Движение в однородном постоянном электрическом поле. Движение в однородном постоянном магнитном поле. Циклотронная частота. Движение в скрещенных полях. Дрейф, скорость дрейфа. Движение частиц в слабо неоднородном постоянном магнитном поле. Ускорение в цилиндрических координатах. Центробежные и кориолисовы члены. Постоянство магнитного потока через орбиту. Магнитная ловушка.

19. Задача Кеплера. Общие свойства движения в центральном поле. Сохранение момента импульса. Эффективный потенциал. Финитное и инфинитное движение. Общие выражения для уравнения траектории и времени пробега. Типы траекторий в задаче Кеплера.

20. Задача рассеяния. Постановка задачи рассеяния. Прицельное расстояние и

скорость на бесконечности. Дифференциальное сечение рассеяния. Сечение рассеяния в кулоновском потенциале, формула Резерфорда. Учет движения рассеивающего центра. Переход в систему центра масс. Пересчет момента импульса и энергии.

21. Рассеяние в слабом поле. Общее выражение для угла рассеяния. Излучение при рассеянии в слабом поле. Общие выражения для полной излученной энергии и ее углового распределения.

Навыки: уметь пользоваться уравнениями траектории в кулоновском поле, уметь рассчитать траектории в других центральных полях, уметь вычислить дифференциальное сечение, в том числе при немонотонной зависимости угла рассеяния от прицельного параметра.